Развитие у учащихся универсальных учебных действий самоконтроля в процессе решения уравнений с параметром (с использованием программы AdvancedGrapher)

Новый мир имеет новые условия
и требует новых действий
Н. Рерих

Современное информационное общество запрашивает человека обучаемого, способного самостоятельно учиться и многократно переучиваться в течение постоянно удлиняющейся жизни, готового к самостоятельным действиям и принятию решений. Для жизни, деятельности человека важно не наличие у него накоплений впрок, запаса какого-то внутреннего багажа всего усвоенного, а проявление и возможность использовать то, что есть, то есть не структурные, а функциональные, деятельностные качества.

Поэтому они должны находить свои ошибки самостоятельно. Вот почему в настоящее время проблема самостоятельного успешного усвоения учащимися новых знаний, умений и компетенций, включая умение учиться, приоритетна. Большие возможности для этого представляет освоение универсальных учебных действий. Именно поэтому «Планируемые результаты» Стандартов второго поколения (ФГОС) определяют не только предметные, но и метапредметные (умственные действия учащихся, направленные на анализ и управление своей познавательной деятельностью), а так же личностные результаты.

Разработка концепции развития универсальных учебных действий в системе российского образования отвечает новым социальным запросам, отражающим переход от индустриального к постиндустриальному информационному обществу, основанному на знаниях и высоком инновационном потенциале.

Целью образования становится общекультурное, личностное и познавательное развитие учащихся, обеспечивающее такую ключевую компетенцию, как умение учиться.

Универсализация содержания общего образования в форме выделения неизменного фундаментального ядра общего образования включает совокупность наиболее существенных идей науки и культуры, а также концепцию развития универсальных учебных действий. В связи с тем, что приоритетным направлением новых образовательных стандартов является реализация развивающего потенциала общего среднего образования, актуальной задачей становится обеспечение развития универсальных учебных действий как собственно психологической составляющей фундаментального ядра образования наряду с традиционном изложением предметного содержания конкретных дисциплин.

Важнейшей задачей современной системы образования является формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность к саморазвитию и самосовершенствованию. Все это достигается путем сознательного, активного присвоения учащимися социального опыта. При этом знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих видов целенаправленных действий, то есть они формируются, применяются и сохраняются в тесной связи с активными действиями самих учащихся. Качество усвоения знаний определяется многообразием и характером видов универсальных учебных действий.

Математика является одним из основных предметов общеобразовательной школы: она обеспечивает изучение других дисциплин. Развитие логического мышления учащихся при обучении математики способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки математического характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки школьников.

Поскольку любая математическая задача может быть решена с помощью огромного количества прикладных программ и интернет браузеров, на первый план в обучении математики выходит формирование у учеников способности составить блок-схему решения сложной задачи, разделив ее на более простые и отследить переходы между этапами. Умение строить блок-схемы формирует такой образ мышления, который позволяет человеку состояться в жизни, так что он сможет распределить бюджетные средства, временные затраты, составить собственный бизнес план, что способствует успеху предпринимателя.

Примером простейшей схемы в математике является решение неравенства методом интервалов. Причем числовая ось и слово «ответ» пишутся заранее, до выполнения основных пунктов решения. Это приучает ученика не пропускать ходов решения уравнения с модулем. Разделение задачи на конкретные ситуации так же является блок-схемой.

$$|x-2| = 2x+5$$

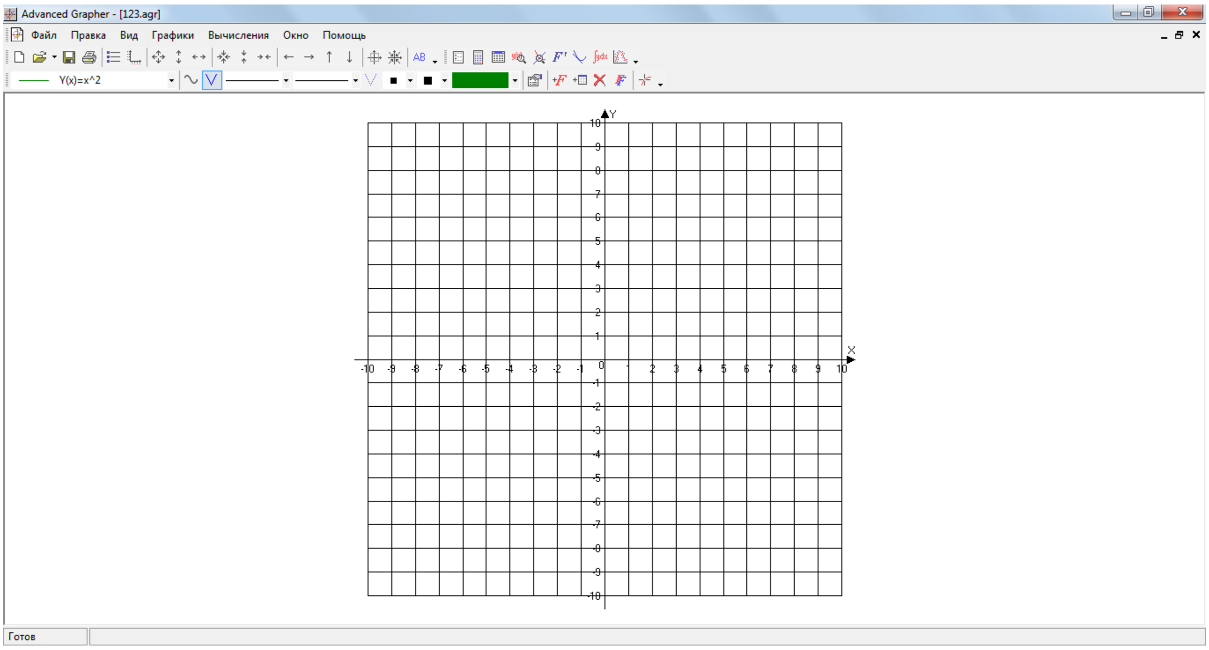
1. $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-2 = 2x+5 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x-2 < 0 \\ 2-x = 2x+5 \end{cases}$

Это способствует формированию образа мышления учащегося, позволяет четко планировать жизненные задачи.

Учитывая, что уровень знаний у учащихся в классе не одинаков, сильным ученикам может не хватать помощи учителя в отслеживании мелких ошибок, приводящих к неправильным ответам. А проще всего это сделать, используя, например, программу «Advanced Grapher». На каждом этапе решения бывает полезно использовать упрощение выражений в on-line, чтобы за громоздкими выкладками не терялась общая структура задачи.

В настоящее время имеется достаточное число компьютерных программ, предназначенных для построения на плоскости графиков функций, заданных математическими формулами. Программа позволяет проводить исследование функций, находить корни уравнений и точки экстремума функции одной переменной, получать аналитическое выражение для производной, выполнять интегрирование, графически решать неравенства. Она имеет русский интерфейс (Help-на английском языке), свободно распространяется в России. Скачать программу можно с сайта http://www.serpik.com/agrapher//.

Рабочий лист программы выглядит следующим образом:



Задание.

Используя математическую программу Advanced Grapher, решить уравнение

$$\cos 2x = |\sin x - a|$$

Первый способ решения - аналитический. Решение этого уравнения можно разместить на нескольких листах, размещенных в Приложении1.

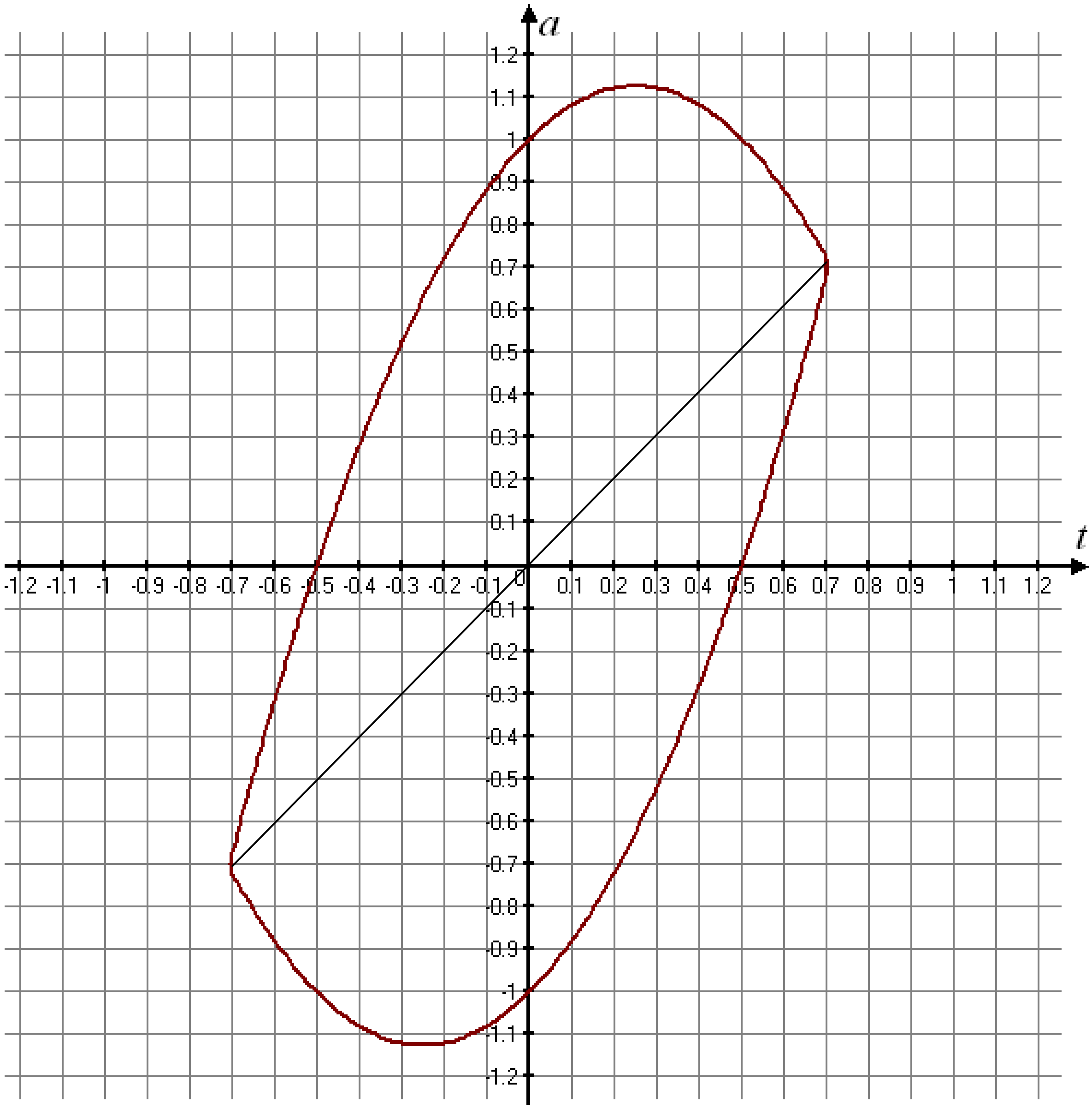
Графо-аналитически решить это уравнения можно за несколько минут.

$$\cos 2x = |\sin x - a|$$

Пусть $\sin x = t$, *тогда уравнение примет вид*

$$\begin{cases} 1-2t^2 = |t-a| \\ t \in [-1;1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in [-1;1] \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \geq t \\ a = -2t^2 + t + 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a < t \\ a = 2t^2 + t - 1 \end{cases} \end{array} \right. \end{cases}$$

Изображаем на координатной плоскости ***tOa*** геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют данным условиям.



Теперь выписываем аналитические выражения для каждого из корней уравнения.

$$a = -2t^2 + t + 1 \Leftrightarrow 2t^2 - t + (a - 1) = 0 \quad \Leftrightarrow t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9 - 8a}}{4}$$

$$a = 2t^2 + t - 1 \Leftrightarrow 2t^2 + t - (a + 1) = 0 \quad \Leftrightarrow t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9 + 8a}}{4}$$

Найдем координаты точек пресечения линий, координаты вершин парабол и подпишем на рисунке.

$a = -2t^2 + t + 1$ *Вершина* $A(\frac{1}{4}; \frac{9}{8})$

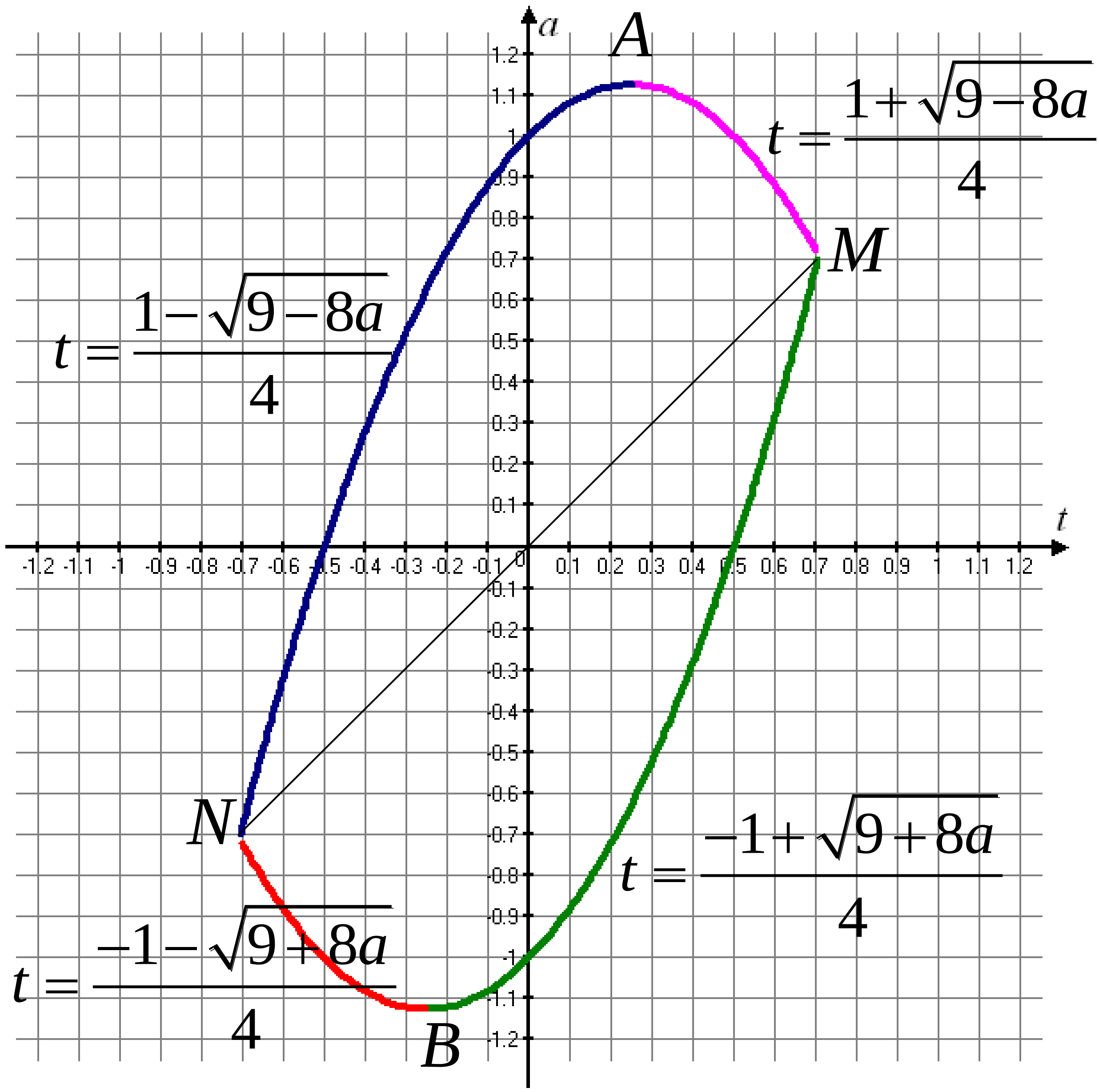
$a = 2t^2 + t - 1$ *Вершина* $B(-\frac{1}{4}; -\frac{9}{8})$

$$\begin{cases} a = -2t^2 + t + 1 \\ a = 2t^2 + t - 1 \end{cases} \Leftrightarrow t \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; a = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} a = t \\ a = 2t^2 + t - 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}; a = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} a = -2t^2 + t + 1 \\ a = t \end{cases} \Leftrightarrow t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}; a = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$M(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$; $N(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$



<u>Ответ:</u>

$$a\in\left[-\frac{9}{8};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\qquad x=\pm\arccos\left(\frac{-1\pm\sqrt{9+8a}}{4}\right)+2\pi n$$

$$a\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\qquad \left[\begin{array}{l} x=\pm\arccos\left(\dfrac{-1+\sqrt{9+8a}}{4}\right)+2\pi n;\\ x=\pm\arccos\left(\dfrac{1-\sqrt{9-8a}}{4}\right)+2\pi n\end{array}\right.$$

$$a\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{9}{8}\right]\qquad x=\pm\arccos\left(\frac{1\pm\sqrt{9-8a}}{4}\right)+2\pi n$$